Les ondelettes continues.

Soit ψ une fonction continue et intégrable.

Pour être une ondelette, la fonction ψ doit vérifier les 2 conditions d'admissibilité suivantes:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0 \quad \text{et} \qquad \|\psi(t)\| = 1$$

(Rappel: norme de f: $\|f\| = \langle f, f\rangle^{1/2} = \left(\int_0^T f(t)\bar{f}(t)dt\right)^{1/2} = \left(\int_0^T |f(t)|^2 dt\right)^{1/2}$)

À partir de la fonction ψ, on construit une famille de fonctions $\psi_{a,b}(t)$ telles que:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \qquad \text{avec } a \in R^+ \text{ et } b \in R$$

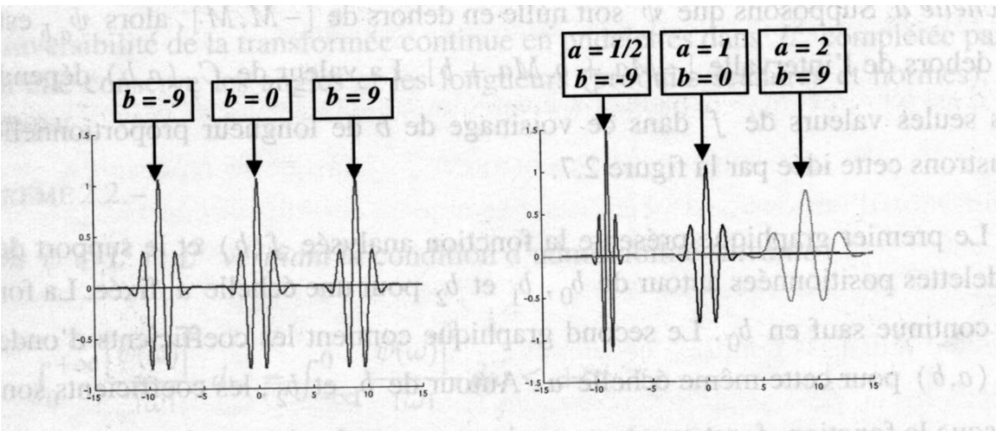


Figure 2.6. *Translation et translation-dilatation d'une ondelette*

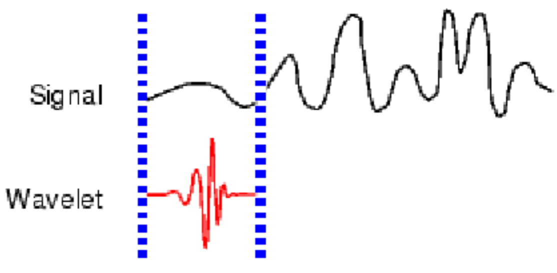
Les coefficients d'une fonction f(t) décomposée par l'ondelette $\psi_{a,b}(t)$ sont donnés par:

$$C_f(a,b) = \int_R f(t)\overline{\psi_{a,b}(t)}dt = \langle f, \psi_{a,b}\rangle$$

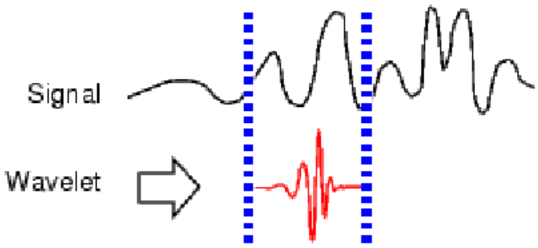
où $\langle f, \psi_{a,b}\rangle$ est le produit scalaire.

Exemple:

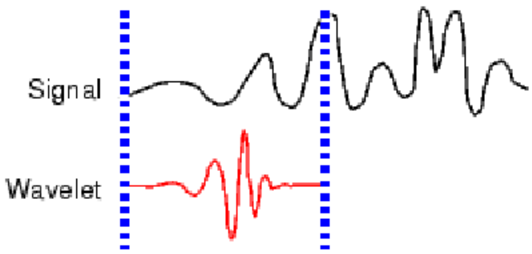
Ajuster l'ondelette sur la gauche de la fonction et calculer le coefficient:



Avancer l'ondelette d'une position à la fois sur la fonction et calculer le coefficient:

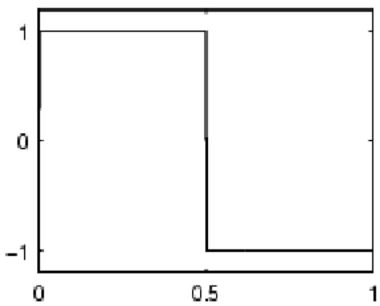


Quand toutes les positions de la fonction sont parcourues, dilater l'ondelette et parcourir les positions de la fonction de nouveau:

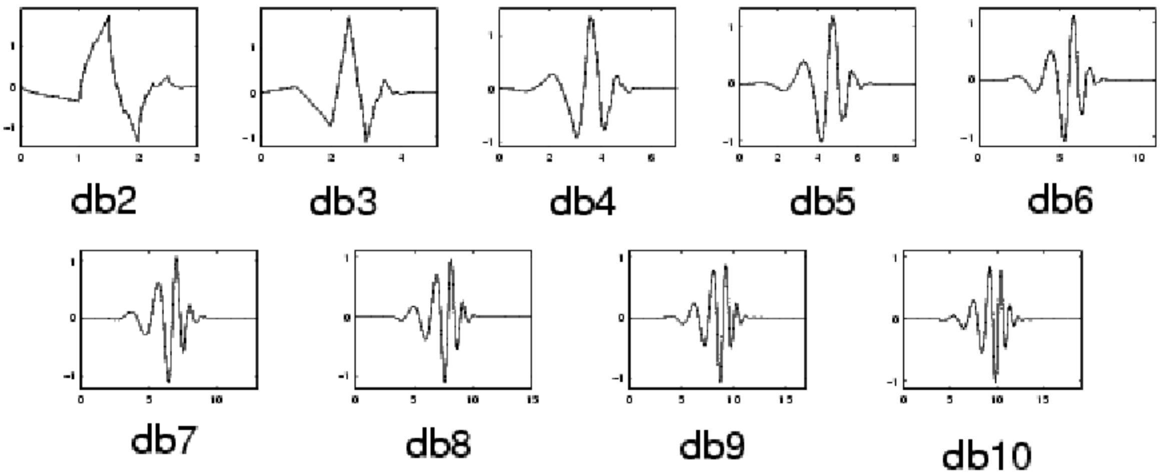


Exemple d'ondelettes:

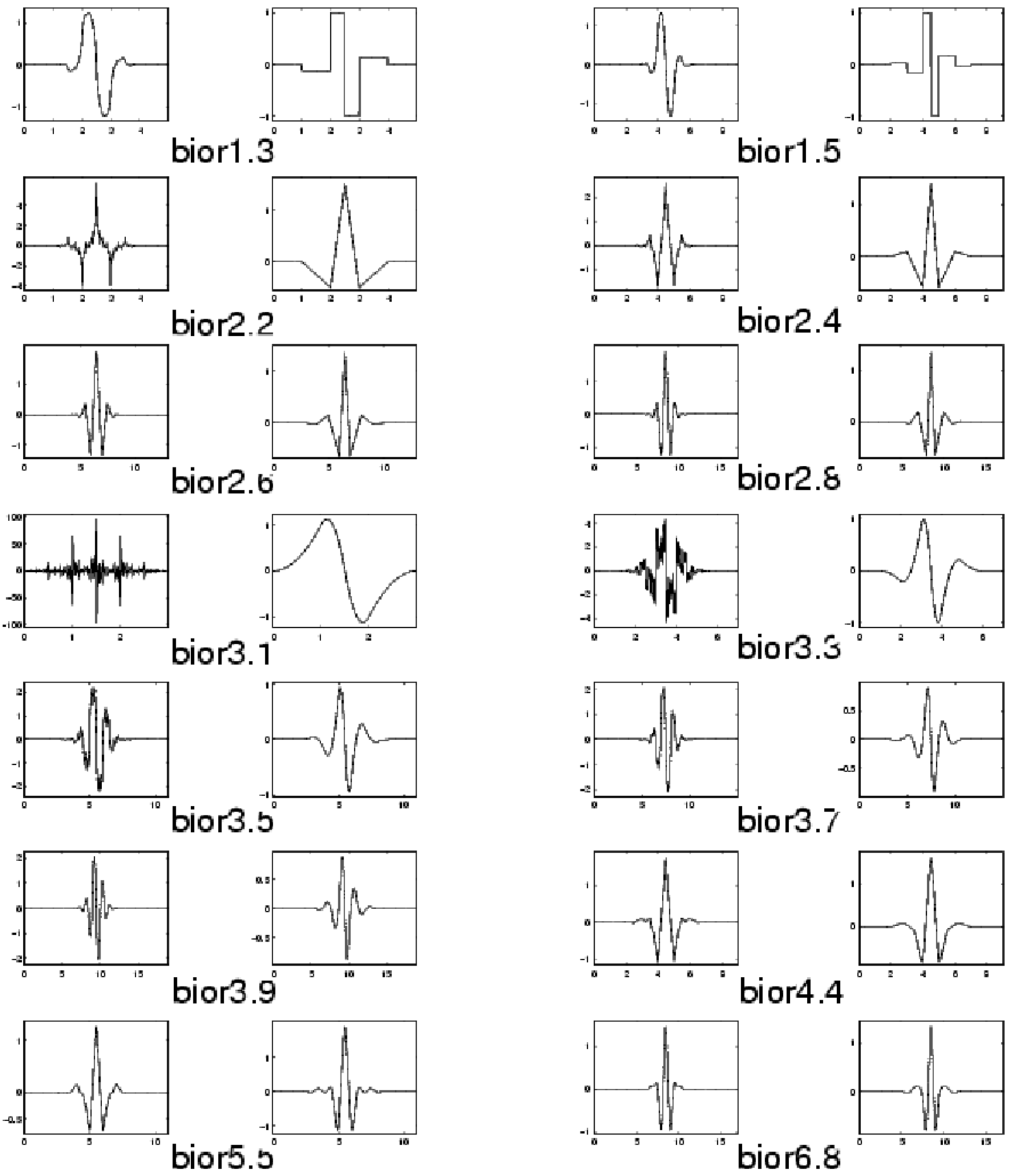
Ondelette de Daubechies d'ordre 1 ou de Haar



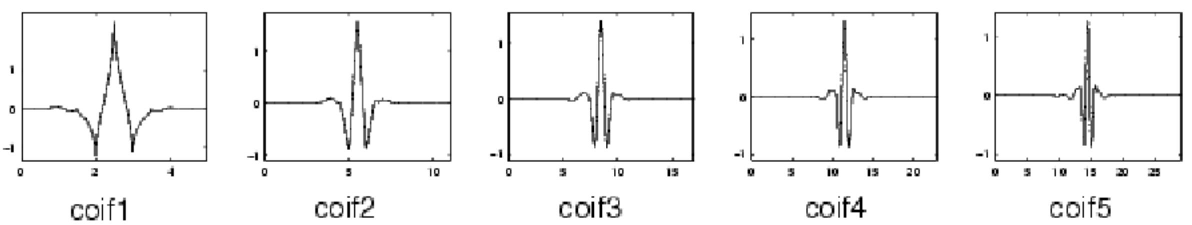
Ondelettes de Daubechies d'ordre 2 à 10:



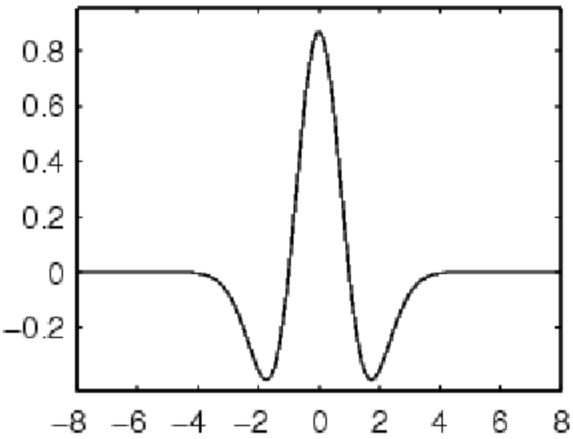
Ondelettes biorthogonales:



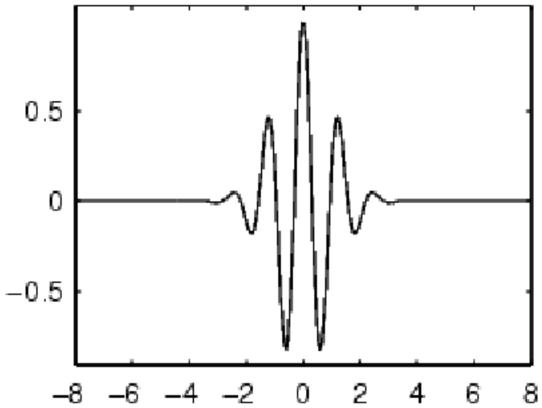
Ondelettes coiflet



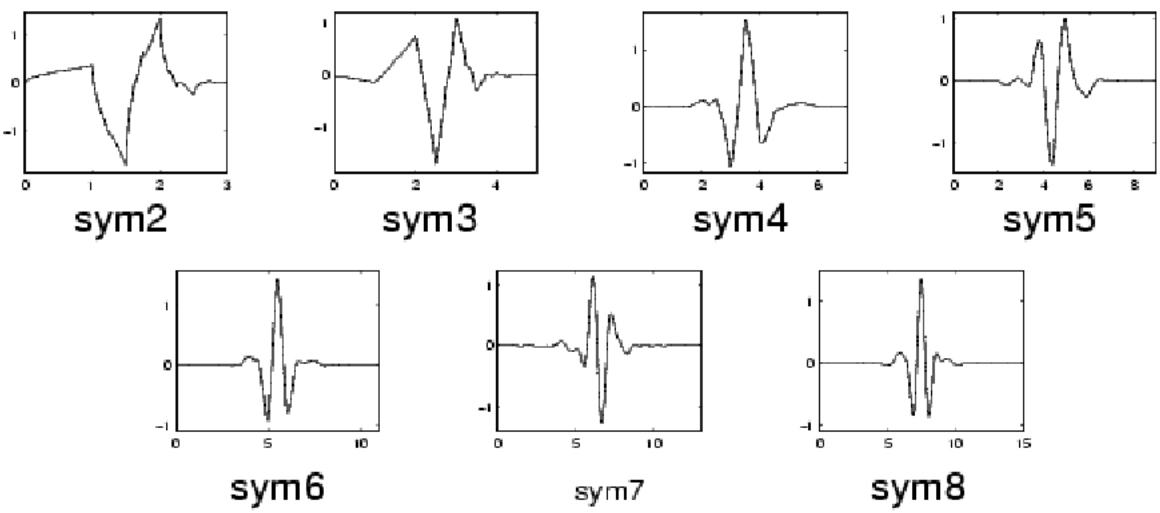
Ondelette mexican hat



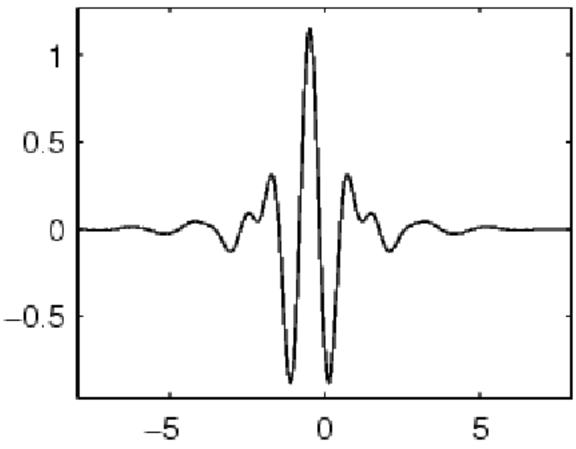
Ondelette morlet



Ondelettes symlets



Ondelette meyer


1
0.5
0
−0.5
−5
0
5