

IMN-359

Labo FFT

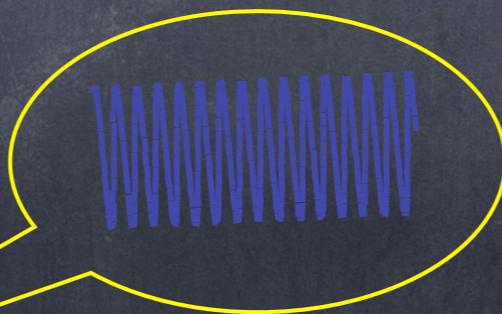
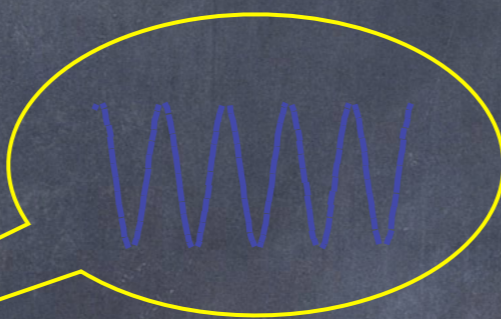
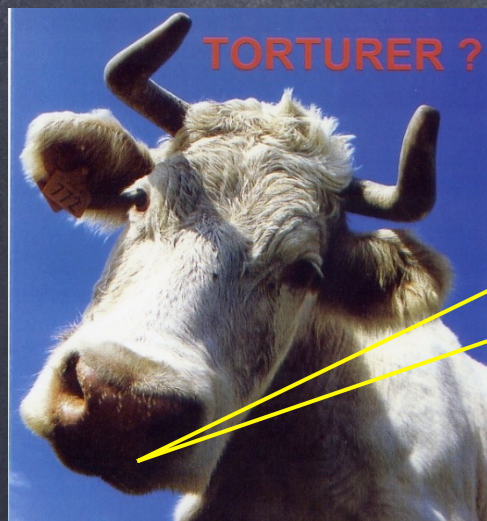
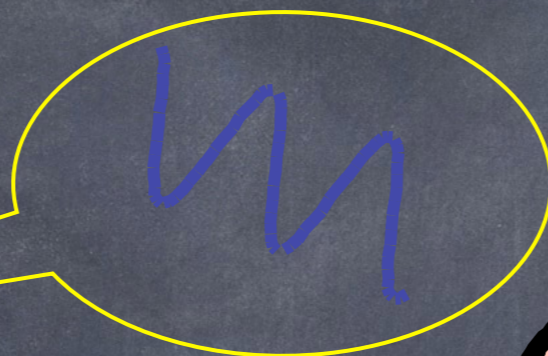
T.F discrète

- La transformée de Fourier

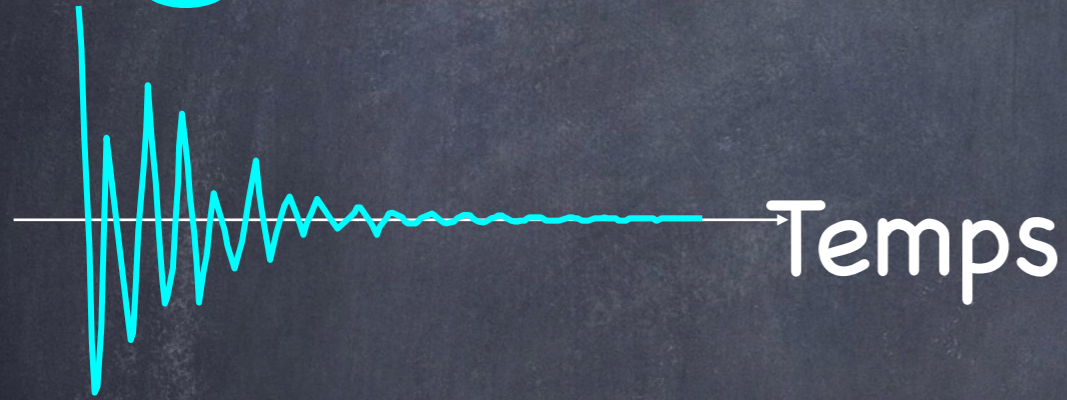
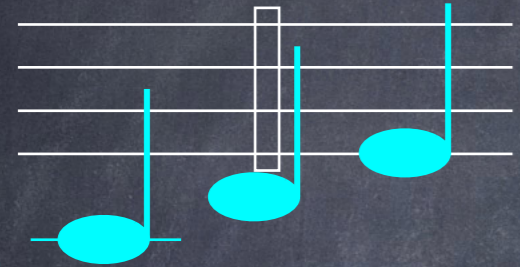


Notion de transformée de Fourier (TF)

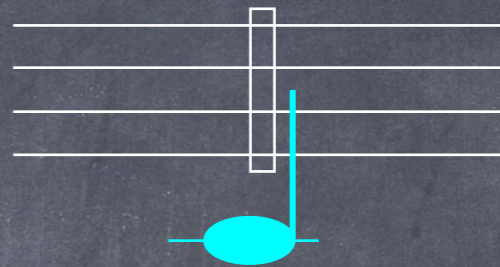
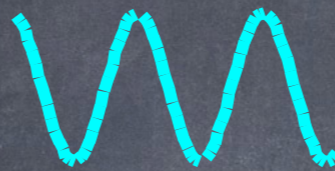
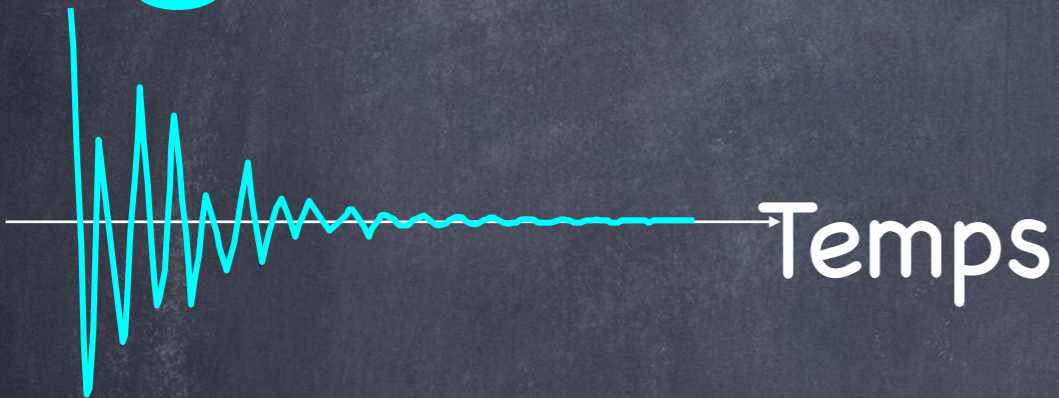
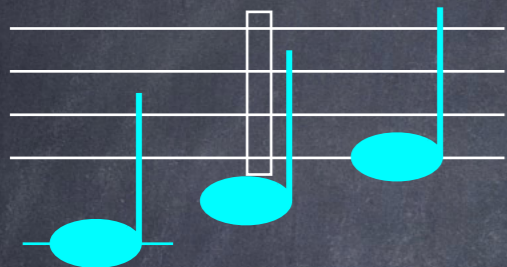
Analogie : son = vibration qui se propage dans le temps



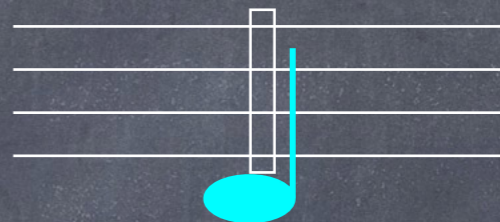
On entend non pas une vibration (fonction du temps) mais une note donc une fréquence



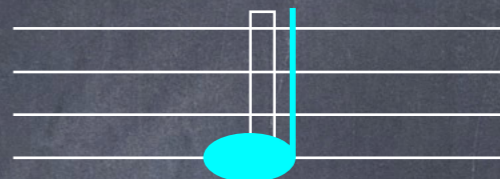
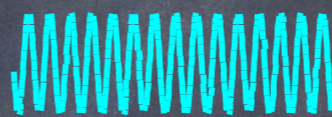
Accord



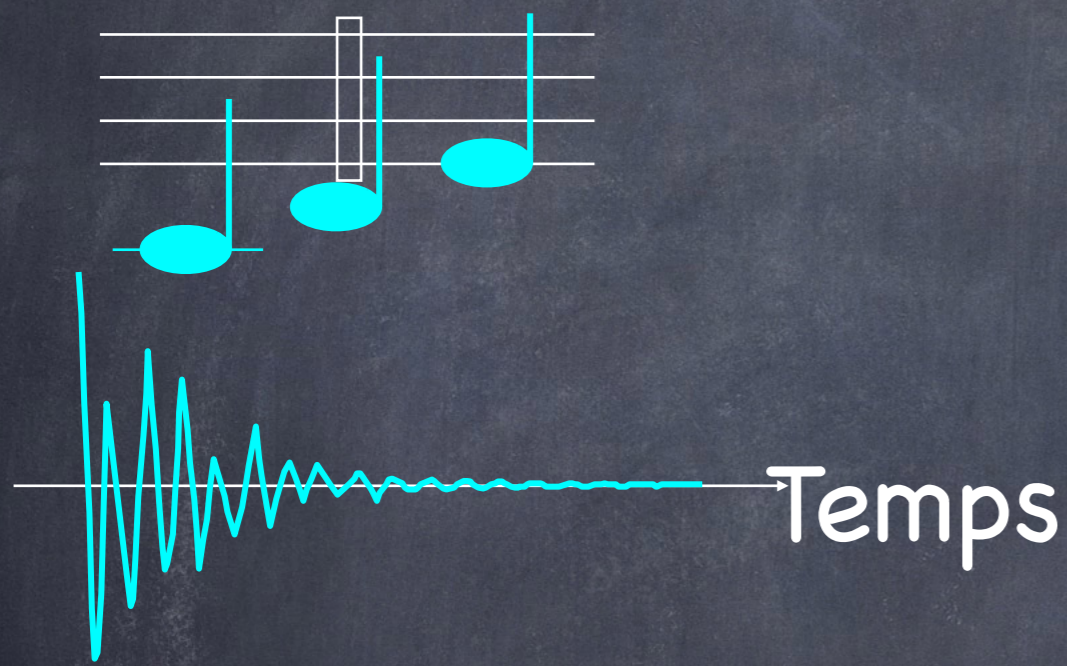
DO



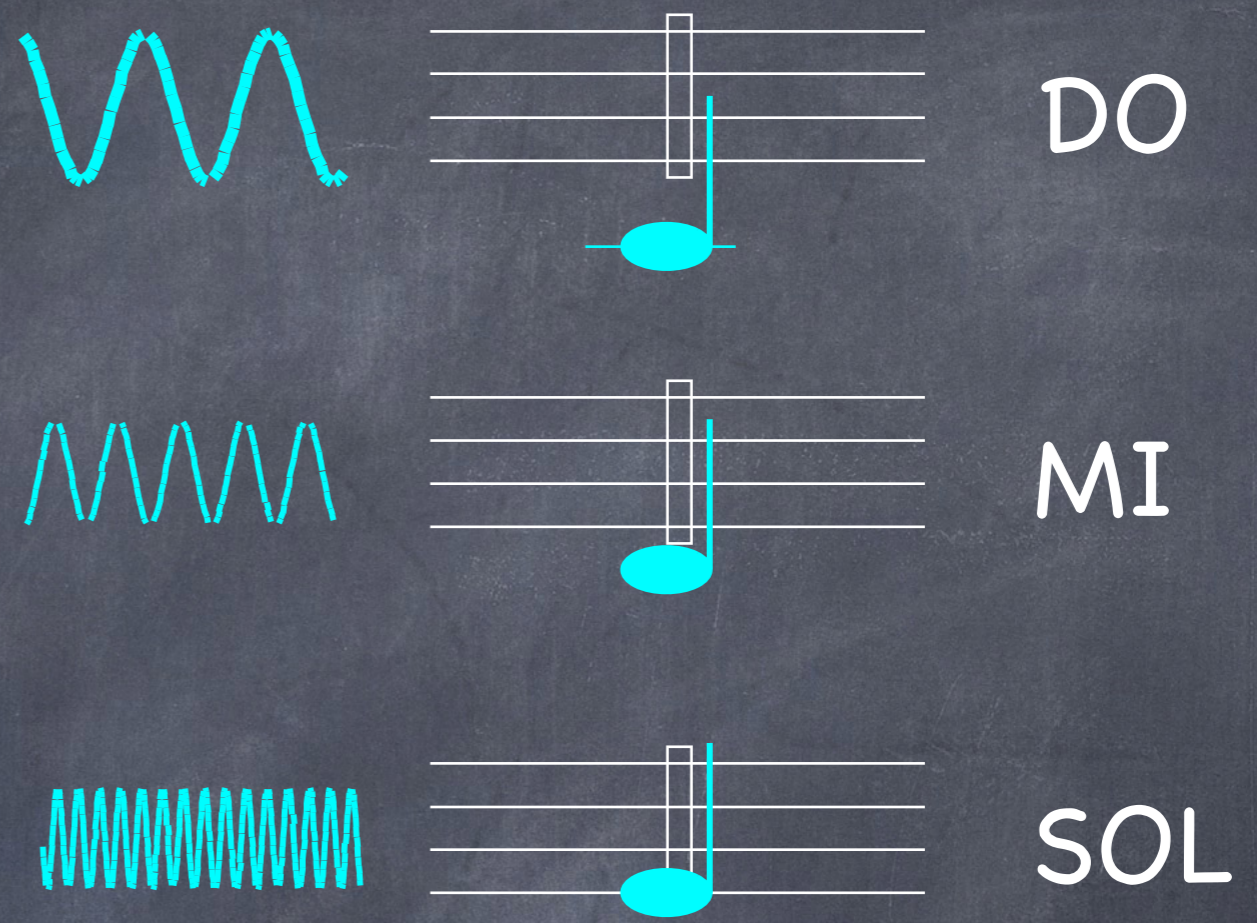
MI



SOL

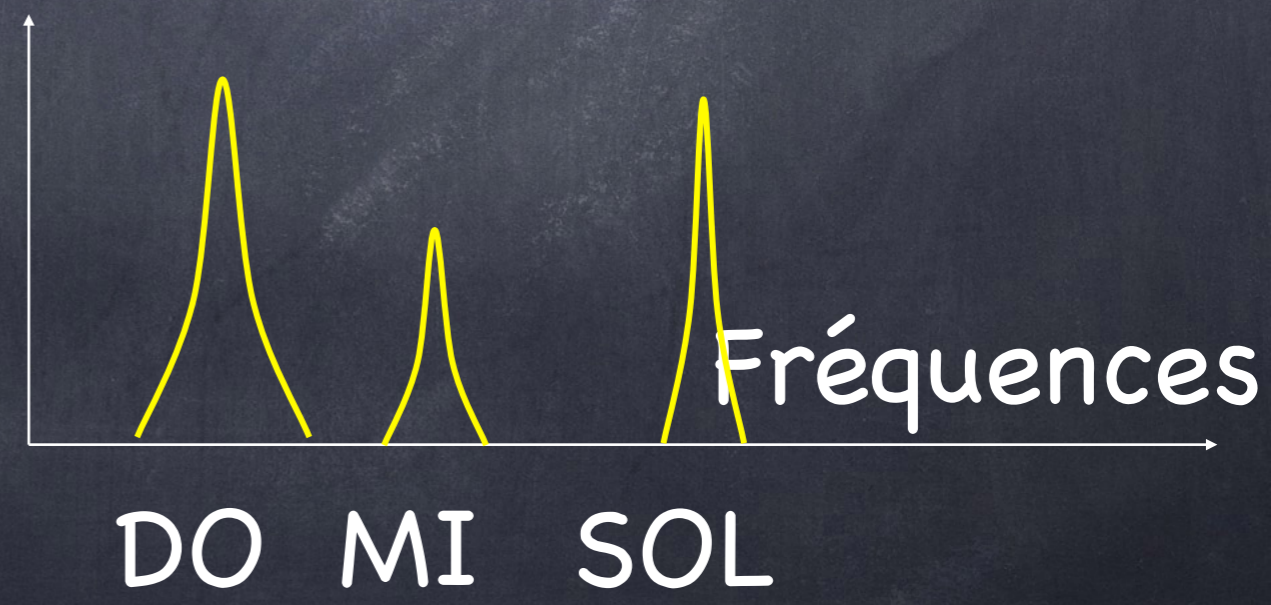


Intensité



Transformée de Fourier : donner le « poids » relatif d'une fréquence dans un signal

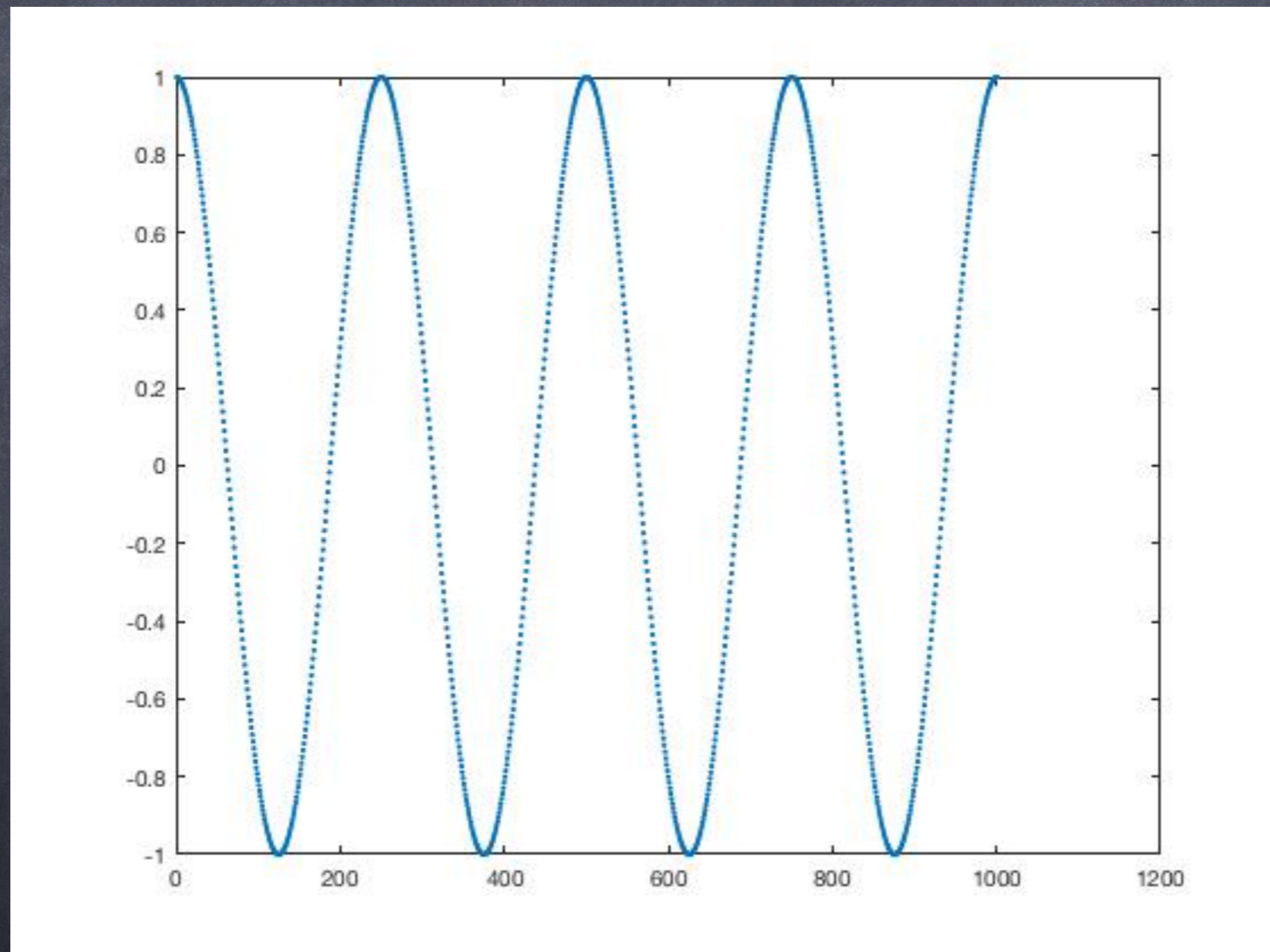
TF



Exercice 1D

1. Faites-moi le plot d'un cos qui oscille k_0 fois par période de N pts (ici $N = 4$)

$$y = \cos(2 \cdot \pi / N \cdot k_0 \cdot n)$$



Exercice 1D

1. En theorie, la TF analytique de:

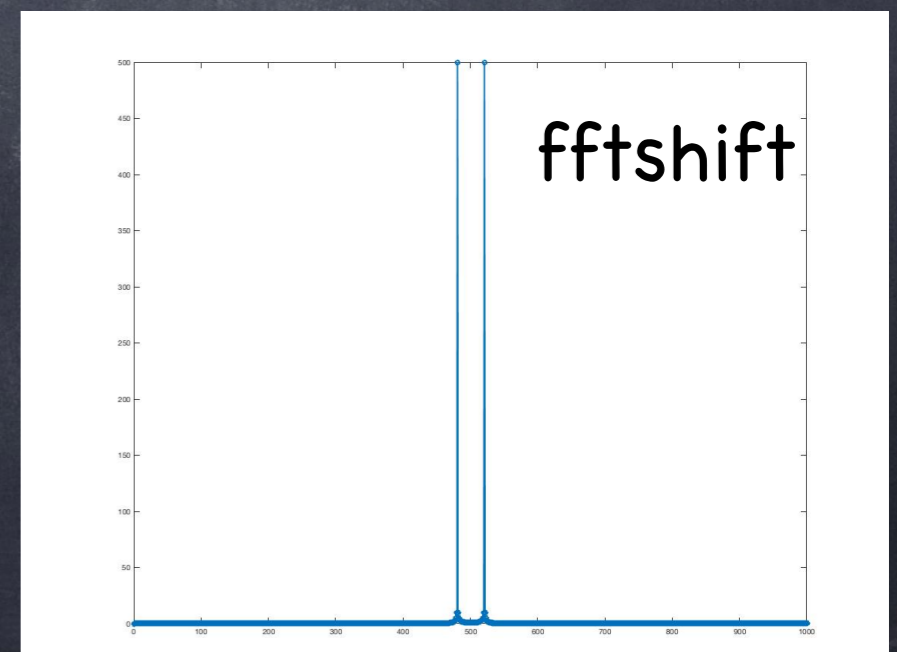
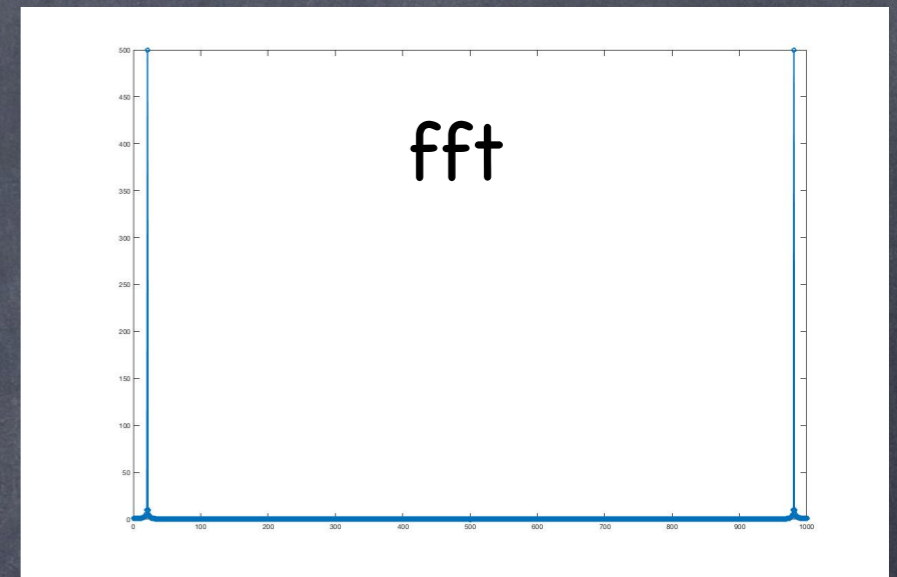
$$\text{TF}[\cos(k_0 * t)] = \text{dirac}(w - k_0) + \text{dirac}(w + k_0)$$

(ici $k_0 = 20$)

2. Faites la FFT de votre cos numérique

- Visualiser-le (real, abs, imag)

- Visualiser la version fftshift



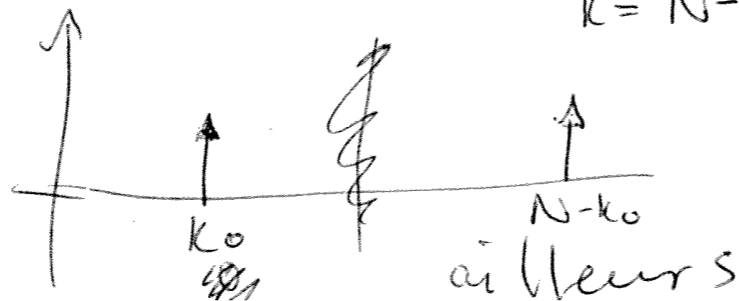
Observations

- Il y a toujours des petits complexes qui trainent. Le real ou abs seront nécessaires pour faire les plot
- La TFD du cosinus qui oscille à la fréquence k_0 sur N points allume une fréquence à k_0 et à $-k_0$ ($N - k_0$ dans un tableau python)

Q1: En utilisant la TF,
 comment faire un plot de
 $f(x) = \cos\left(\frac{2\pi}{N} k_0 x\right)$?
 fréquence

$$\begin{aligned} \hat{f}(k_1) &= \sum_{n=0}^{N-1} \cos\left(\frac{2\pi}{N} k_0 n\right) e^{-\frac{2\pi i n k_1}{N}} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{e^{i\frac{2\pi k_0 n}{N}} + e^{-i\frac{2\pi k_0 n}{N}}}{2} \right) e^{-\frac{2\pi i n k_1}{N}} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \left(e^{i\frac{2\pi n}{N}(k_1 - k_0)} + e^{-\frac{2\pi i n}{N}(k_1 + k_0)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \left(1 + e^{-\frac{2\pi i n}{N} 2k_1} \right) \\ &= \frac{N}{2} \quad \text{si } k_1 = k_0 \\ &\quad \text{ou } k_1 = N - k_0 \end{aligned}$$

Orthogonal
 de la
 base
 de
Fourier



Exercice 1D #2

• Générez-moi un cos qui oscille N fois par période sans utiliser la fonction cos !

- Remplir un vecteur de Fourier **vide**
- Allumer les bonnes fréquences
- Visualiser la ifft

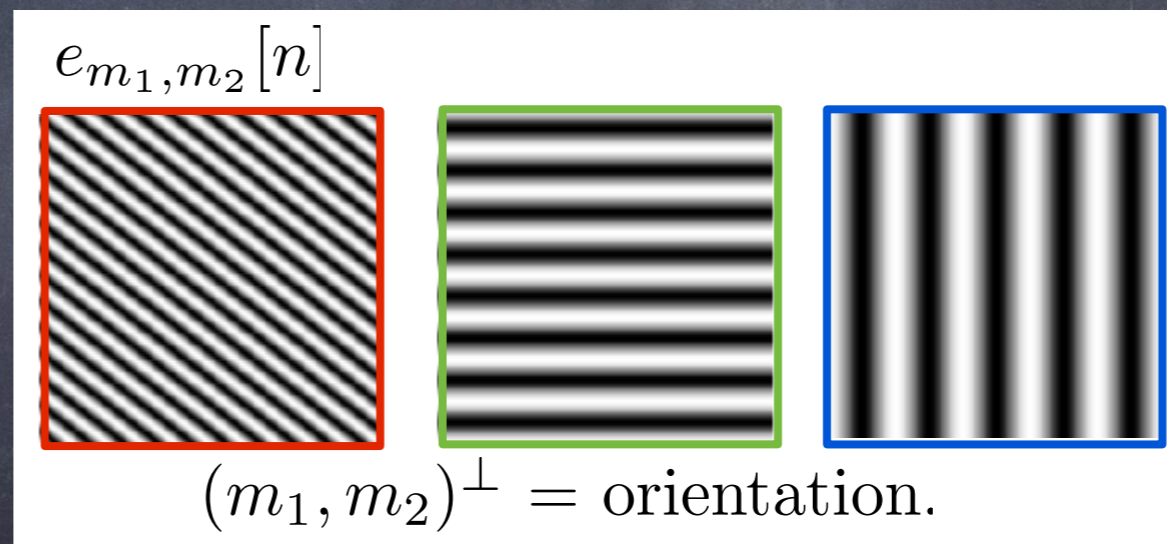
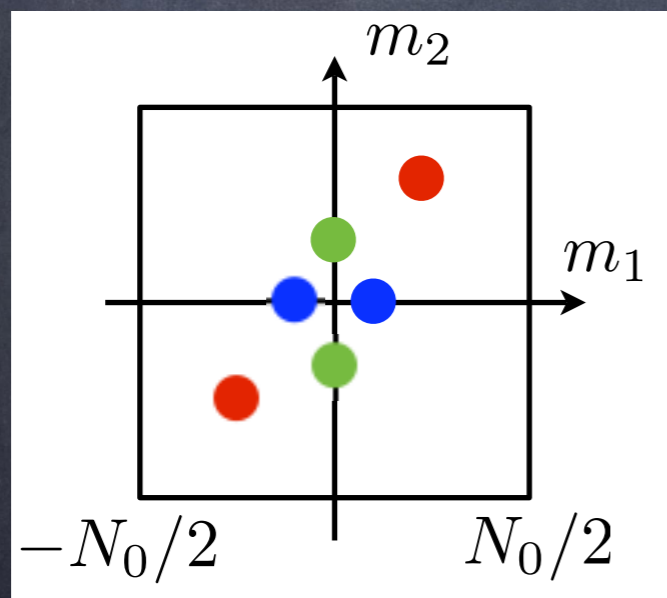
(attention au shift et imaginaires)

2D discrete Fourier Basis

2D discrete Fourier basis: $N = N_0 \times N_0$ pixels

$$e_m[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{\frac{2i\pi}{N_0} m_1 n_1 + \frac{2i\pi}{N_0} m_2 n_2} = e_{m_1}[n_1] e_{m_2}[n_2]$$

Frequency $m = (m_1, m_2) \in \{0, \dots, N_0 - 1\} \times \{0, \dots, N_0 - 1\}$



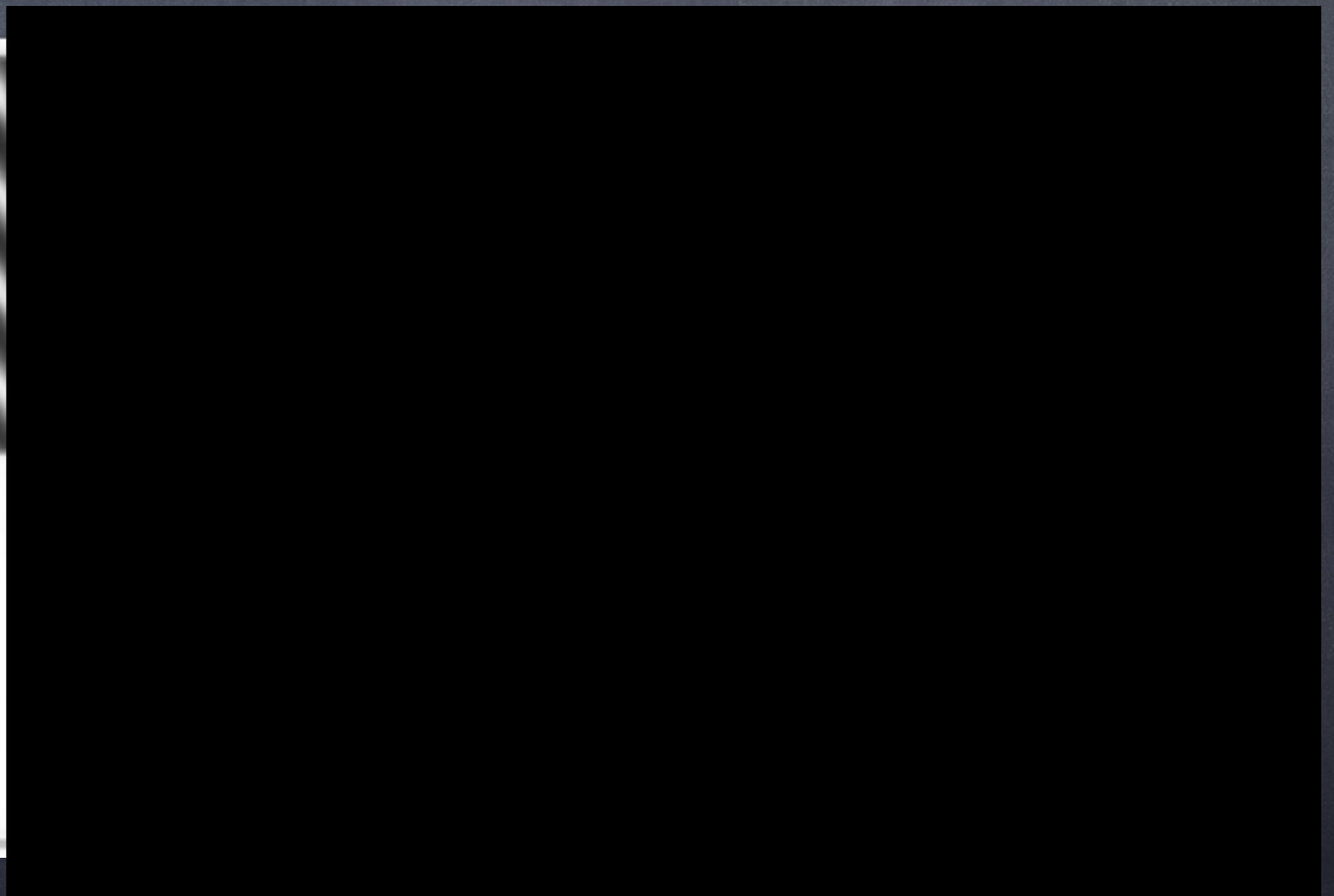
Et l'image, elle?

- ① Une image peut elle aussi être vue comme une somme d'ondes qui oscillent à différentes fréquences

Image



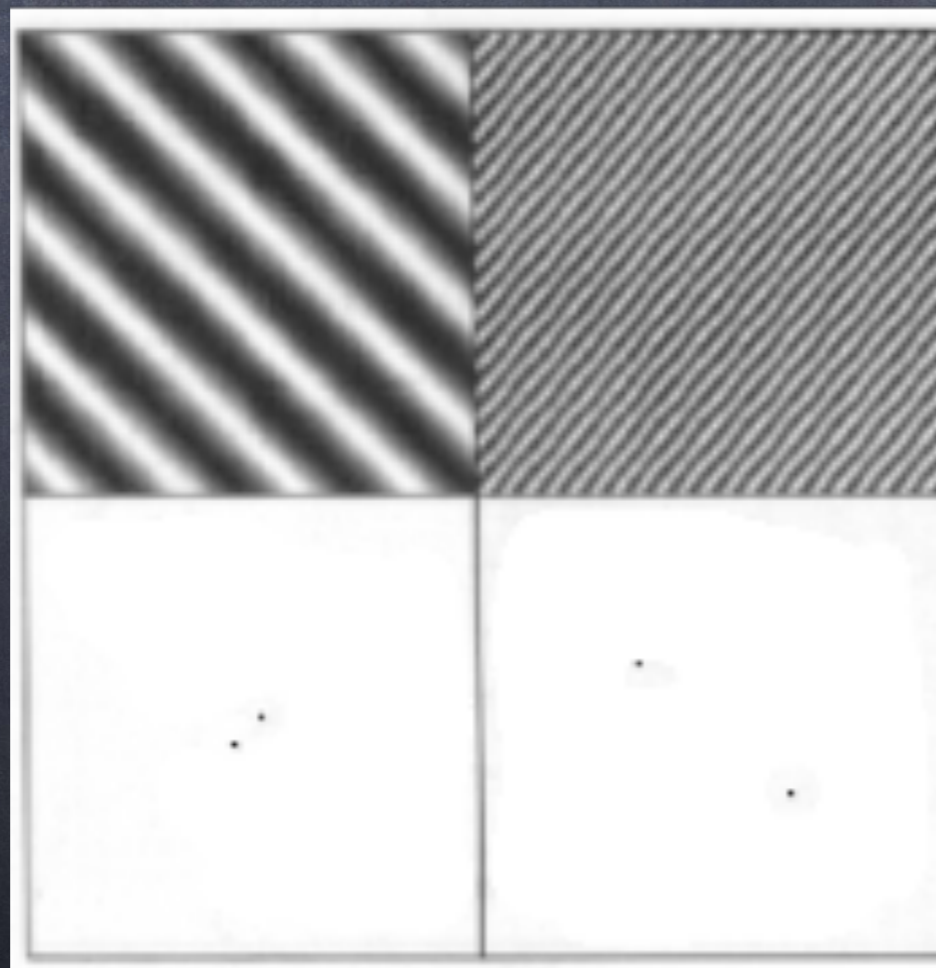
T.F.



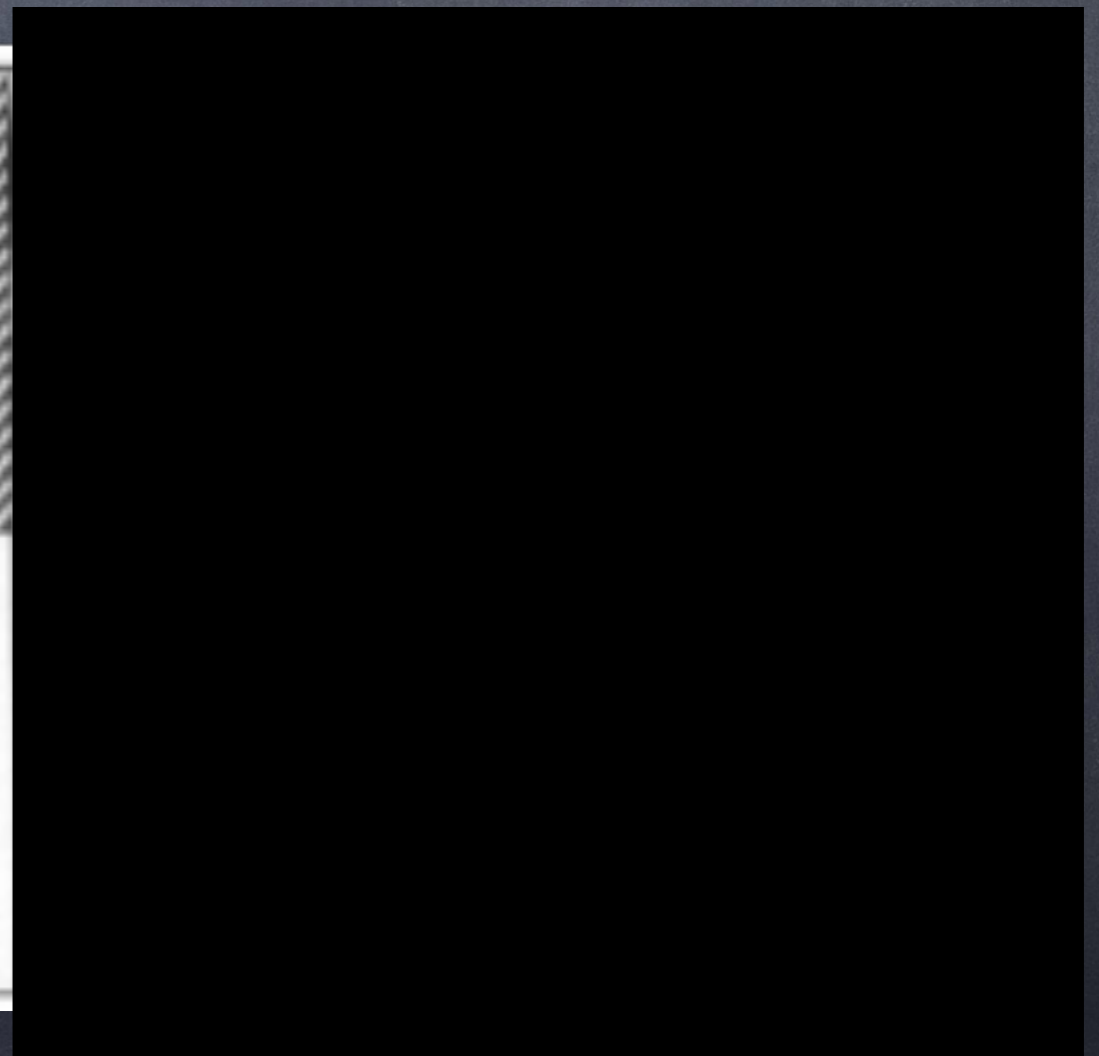
Et l'image, elle?

- ① Une image peut elle aussi être vue comme une somme d'ondes qui oscillent à différentes fréquences

Image



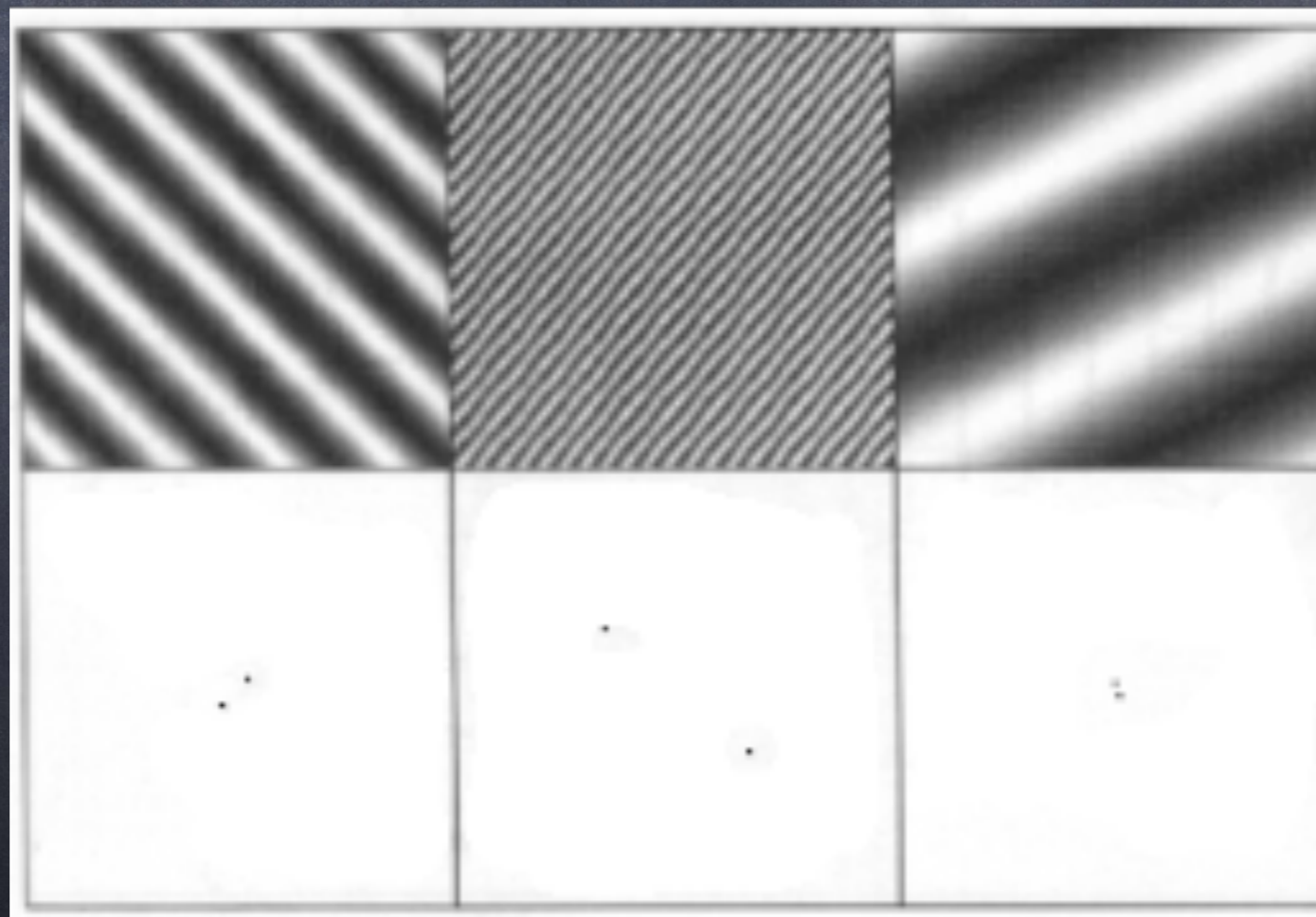
T.F.



Et l'image, elle?

- ① Une image peut elle aussi être vue comme une somme d'ondes qui oscillent à différentes fréquences

Image

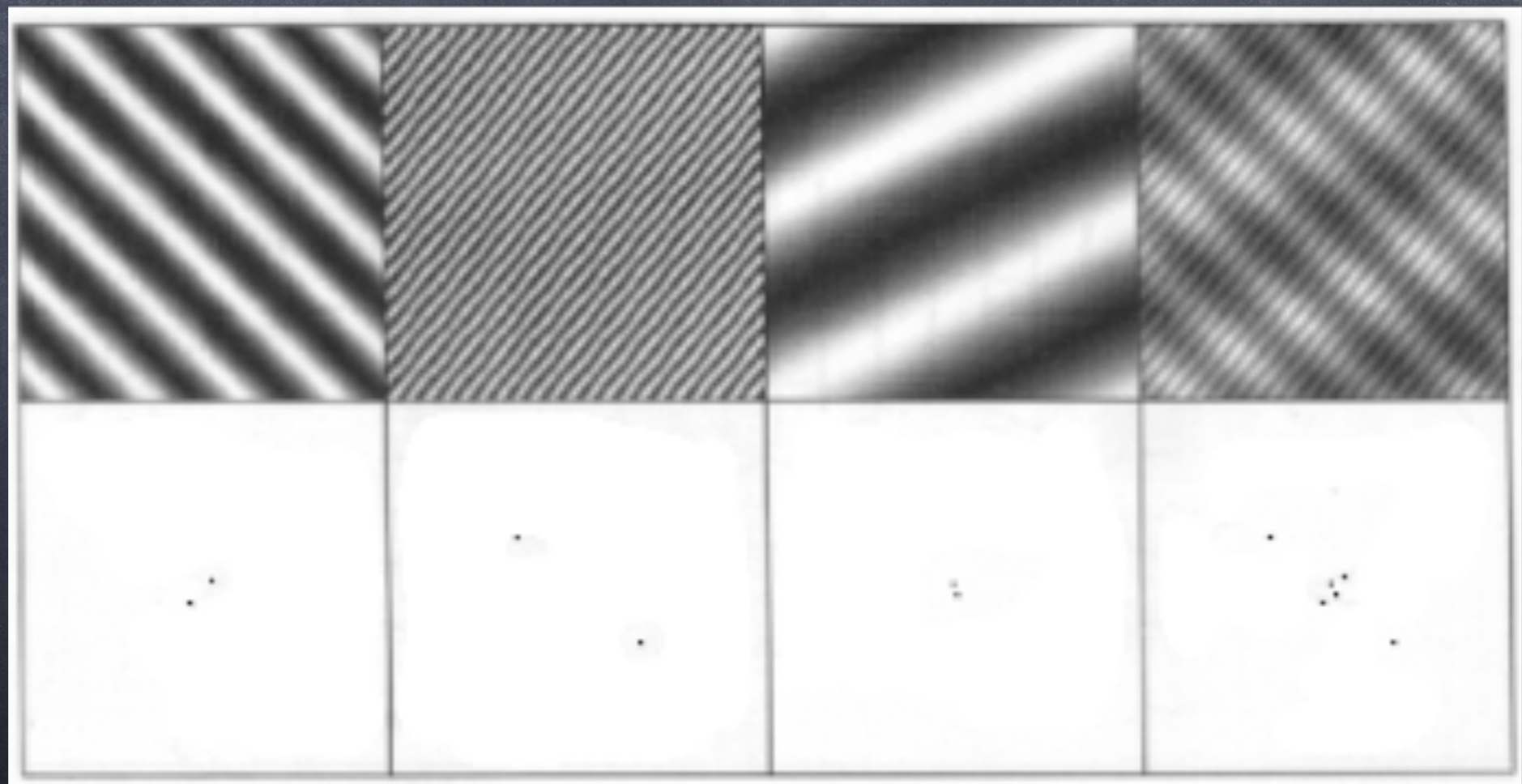


T.F.

Et l'image, elle?

- ① Une image peut elle aussi être vue comme une somme d'ondes qui oscillent à différentes fréquences

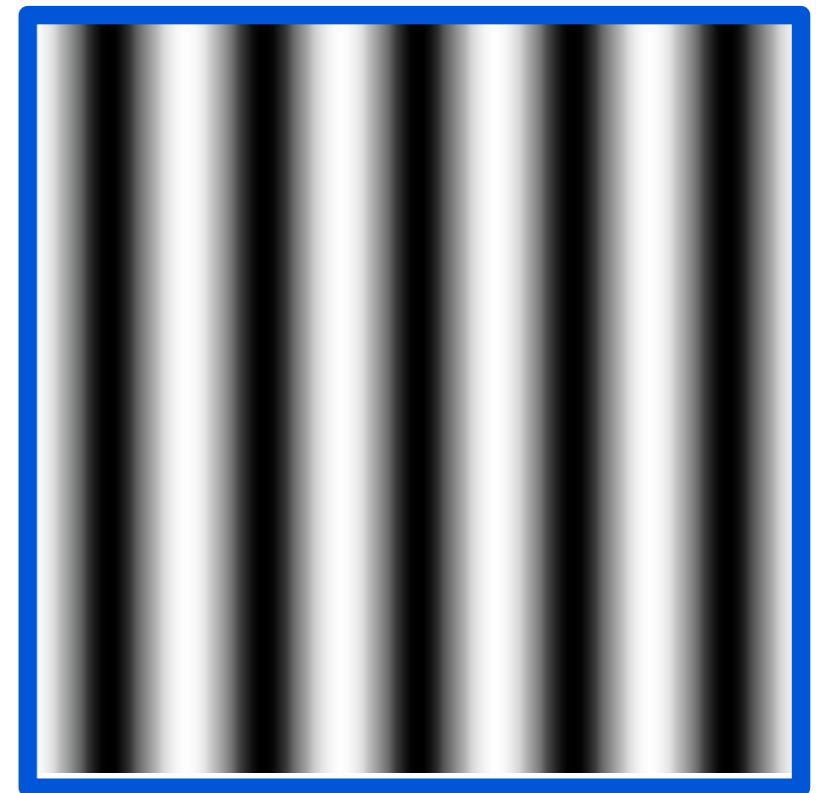
Image



T.F.

TP pratique

Générer une
texture horizontale
en utilisant la
ifft



Pour les curieux: une vague en 2D

<http://www.math.ubc.ca/~cass/courses/m309-03a/a1/clayton/part4.html>

TP pratique

Générer une
texture verticale
en utilisant la
ifft



TP pratique



Générer une
texture diagonale
en utilisant la
ifft