Méthodes mathématiques du traitement d'images

Cours 01 : Introduction

- Cours de math (théorèmes, preuves, questions théoriques sur le TPs et les examens)
- Cours d'informatique (programmation Matlab, algorithmique, analyse de complexité)
- Cours d'imagerie (applications sur des signaux réels)

signal 1D (parole, audio, cardiogrammes),
images 2D et 3D (médical, satellite)
images 4D (IRM fonctionnelle, cardiaque, vidéo)

000000

BBB TAAL BBD

4 TPs
À faire en équipe
À faire en Matlab ou Python
À remettre en Latex

I intra et 1 final

Si vous faites vos TPs, les comprenez, vous aurez un A et plus assuré



# Échantillonnage



# Signaux discrèts

175	175	176	175	175	171	166	164	163	161	158	157	155	154	150	147	143	141	139	136	134	131	128	125	122	120	118
178	178	178	178	177	174	173	168	167	164	162	160	157	156	153	151	147	145	143	140	138	135	131	127	125	125	122
180	180	180	180	180	178	176	173	171	167	167	164	162	160	156	155	151	149	146	143	140	139	136	132	130	128	127
185	184	184	184	182	180	179	177	175	171	170	167	165	163	160	160	155	153	151	148	145	142	139	137	136	133	129
194	194	191	187	185	185	183	182	180	176	175	174	170	170	153	163	161	158	155	152	150	147	144	141	139	136	136
199	199	197	194	192	188	185	184	183	180	178	176	173	171	145	165	163	160	157	155	152	149	147	144	141	139	137
202		203			195	192	188	187	184	183	180	177	176	116	171	167	166	161	159	158	155	153	149	146	143	141
206		205	204	201	200	198	197	183	144	169	184	177	178	81	174	172	168	160	164	162	159	156	153	151	149	145
209		211	209	207	205	204	205	151	72	97	123	89	156	72	173	169	157	140	172	169	167	163	160	157	154	151
215						209	208	147	65	86	98	66	76	79	169	165	122	85	154	174	172	169	166	163	160	158
225						215	214	127	50	60	88	50	27	27	85	108	83	57	127	178	178	175	171	168	165	163
225 230						215 224	214 223	127 141	50 62	60 73	88 63	50 28	27 13	27 7	85 38	108 33	83 41	57 52	127 119	178 123	178 150	175 174	171 172	168 166	165 170	163 168
225 230 233	225 230 232	223 229 166	220 227 107		217 225 231	215 224 187	214 223 182	127 141 115	50 62 91	60 73 65	88 63 47	50 28 17	27 13 5	27 7 5	85 38 37	108 33 13	83 41 7	57 52 52	127 119 89	178 123 63	178 150 56	175 174 87	171 172 52	168 166 49	165 170 63	163 168 167
225 230 233 231	225 230 232 224	229 166 73	220 227 107 21	219 226 200 39	217 225 231 124	215 224 187 42	214 223 182 38	127 141 115 77	50 62 91 35	60 73 65 17	88 63 47 20	50 28 17 12	27 13 5 28	27 7 5 28	85 38 37 30	108 33 13 6	83 41 7 10	57 52 52 27	127 119 89 66	178 123 63 43	178 150 56 33	175 174 87 41	171 172 52 34	168 166 49 36	165 170 63 42	163 168 167 56
225 230 233 231 85	230 232 224 92	229 166 73 51	227 227 107 21 36	219 220 200 39 47	217 228 231 124 60	215 224 187 42 42	214 223 182 38 39	127 141 115 77 36	50 62 91 35 12	60 73 65 17 5	<ul><li>88</li><li>63</li><li>47</li><li>20</li><li>13</li></ul>	50 28 17 12 20	27 13 5 28 20	27 7 5 28 19	<ul><li>85</li><li>38</li><li>37</li><li>30</li><li>14</li></ul>	108 33 13 6 7	83 41 7 10 32	57 52 52 27 43	127 119 89 66 43	<ol> <li>178</li> <li>123</li> <li>63</li> <li>43</li> <li>50</li> </ol>	178 150 56 33 53	<ol> <li>175</li> <li>174</li> <li>87</li> <li>41</li> <li>52</li> </ol>	<ol> <li>171</li> <li>172</li> <li>52</li> <li>34</li> <li>51</li> </ol>	<ol> <li>168</li> <li>166</li> <li>49</li> <li>36</li> <li>39</li> </ol>	<ol> <li>165</li> <li>170</li> <li>63</li> <li>42</li> <li>46</li> </ol>	<ol> <li>163</li> <li>168</li> <li>167</li> <li>56</li> <li>40</li> </ol>
225 230 233 231 85 74	230 232 224 92 83	229 166 73 51 92	227 107 21 36 67	219 228 200 39 47 38	217 228 231 124 60 48	216 224 187 42 42 51	<ul> <li>214</li> <li>223</li> <li>182</li> <li>38</li> <li>39</li> <li>81</li> </ul>	127 141 115 77 36 47	50 62 91 35 12 38	60 73 65 17 5 44	<ul> <li>88</li> <li>63</li> <li>47</li> <li>20</li> <li>13</li> <li>50</li> </ul>	50 28 17 12 20 27	27 13 5 28 20 29	27 7 5 28 19 35	<ul> <li>85</li> <li>38</li> <li>37</li> <li>30</li> <li>14</li> <li>28</li> </ul>	108 33 13 6 7 35	83 41 7 10 32 29	57 52 52 27 43 34	<ol> <li>127</li> <li>119</li> <li>89</li> <li>66</li> <li>43</li> <li>44</li> </ol>	<ol> <li>178</li> <li>123</li> <li>63</li> <li>43</li> <li>50</li> <li>40</li> </ol>	<ol> <li>178</li> <li>150</li> <li>56</li> <li>33</li> <li>53</li> <li>38</li> </ol>	<ol> <li>175</li> <li>174</li> <li>87</li> <li>41</li> <li>52</li> <li>44</li> </ol>	<ol> <li>171</li> <li>172</li> <li>52</li> <li>34</li> <li>51</li> <li>33</li> </ol>	<ol> <li>168</li> <li>166</li> <li>49</li> <li>36</li> <li>39</li> <li>36</li> </ol>	<ol> <li>165</li> <li>170</li> <li>63</li> <li>42</li> <li>46</li> <li>29</li> </ol>	<ol> <li>163</li> <li>168</li> <li>167</li> <li>56</li> <li>40</li> <li>24</li> </ol>
225 230 233 231 85 74 124	230 232 224 92 83 123	229 166 73 51 92 110	227 107 21 36 67 114	210 226 200 39 47 38 61	231 2231 124 60 48 66	<ul> <li>216</li> <li>224</li> <li>187</li> <li>42</li> <li>42</li> <li>51</li> <li>56</li> </ul>	214 223 182 38 39 81 113	127 141 115 77 36 47 70	50 62 91 35 12 38 18	60 73 65 17 5 44 102	88 63 47 20 13 50 113	50 28 17 12 20 27 25	27 13 5 28 20 29 60	27 7 5 28 19 35 74	<ul> <li>85</li> <li>38</li> <li>37</li> <li>30</li> <li>14</li> <li>28</li> <li>14</li> </ul>	108 33 13 6 7 35 63	<ul> <li>83</li> <li>41</li> <li>7</li> <li>10</li> <li>32</li> <li>29</li> <li>107</li> </ul>	57 52 52 27 43 34 130	127 119 89 66 43 44 118	<ol> <li>178</li> <li>123</li> <li>63</li> <li>43</li> <li>50</li> <li>40</li> <li>64</li> </ol>	<ol> <li>178</li> <li>150</li> <li>56</li> <li>33</li> <li>53</li> <li>38</li> <li>141</li> </ol>	175 174 87 41 52 44 137	<ol> <li>171</li> <li>172</li> <li>52</li> <li>34</li> <li>51</li> <li>33</li> <li>143</li> </ol>	<ol> <li>168</li> <li>166</li> <li>49</li> <li>36</li> <li>39</li> <li>36</li> <li>136</li> </ol>	<ol> <li>165</li> <li>170</li> <li>63</li> <li>42</li> <li>46</li> <li>29</li> <li>127</li> </ol>	<ol> <li>163</li> <li>168</li> <li>167</li> <li>56</li> <li>40</li> <li>24</li> <li>133</li> </ol>
225 230 233 231 85 74 124 137	230 232 224 92 83 123 138	229 166 73 51 92 110 105	227 107 21 36 67 114 107	2200 200 39 47 38 61 84	231 231 124 60 48 66 96	<ul> <li>216</li> <li>224</li> <li>187</li> <li>42</li> <li>42</li> <li>51</li> <li>56</li> <li>100</li> </ul>	214 223 182 38 39 81 113 127	127 141 115 77 36 47 70 107	50 62 91 35 12 38 18 42	<ul> <li>60</li> <li>73</li> <li>65</li> <li>17</li> <li>5</li> <li>44</li> <li>102</li> <li>125</li> </ul>	<ul> <li>88</li> <li>63</li> <li>47</li> <li>20</li> <li>13</li> <li>50</li> <li>113</li> <li>124</li> </ul>	50 28 17 12 20 27 25 112	27 13 5 28 20 29 60 75	27 7 5 28 19 35 74 80	<ul> <li>85</li> <li>38</li> <li>37</li> <li>30</li> <li>14</li> <li>28</li> <li>14</li> <li>21</li> </ul>	108 33 13 6 7 35 63 55	<ul> <li>83</li> <li>41</li> <li>7</li> <li>10</li> <li>32</li> <li>29</li> <li>107</li> <li>79</li> </ul>	<ul> <li>57</li> <li>52</li> <li>27</li> <li>43</li> <li>34</li> <li>130</li> <li>122</li> </ul>	127 119 89 66 43 44 118 124	<ol> <li>178</li> <li>123</li> <li>63</li> <li>43</li> <li>50</li> <li>40</li> <li>64</li> <li>65</li> </ol>	<ol> <li>178</li> <li>150</li> <li>56</li> <li>33</li> <li>53</li> <li>38</li> <li>141</li> <li>116</li> </ol>	<ol> <li>175</li> <li>174</li> <li>87</li> <li>41</li> <li>52</li> <li>44</li> <li>137</li> <li>120</li> </ol>	<ol> <li>171</li> <li>172</li> <li>52</li> <li>34</li> <li>51</li> <li>33</li> <li>143</li> <li>136</li> </ol>	<ol> <li>168</li> <li>49</li> <li>36</li> <li>39</li> <li>36</li> <li>136</li> <li>133</li> </ol>	<ol> <li>165</li> <li>170</li> <li>63</li> <li>42</li> <li>46</li> <li>29</li> <li>127</li> <li>113</li> </ol>	<ol> <li>163</li> <li>168</li> <li>167</li> <li>56</li> <li>40</li> <li>24</li> <li>133</li> <li>114</li> </ol>
225 230 233 231 85 74 124 137 134	230 232 224 92 83 123 138 135	2299 166 73 51 92 110 105 112	2277 107 21 36 67 114 107 112	200 200 39 47 38 61 84 98	231 124 60 48 66 96 89	<ul> <li>216</li> <li>187</li> <li>42</li> <li>42</li> <li>51</li> <li>56</li> <li>100</li> <li>85</li> </ul>	214 223 182 38 39 81 113 127 93	127 141 115 77 36 47 70 107 79	50 62 91 35 12 38 18 42 57	<ul> <li>60</li> <li>73</li> <li>65</li> <li>17</li> <li>5</li> <li>44</li> <li>102</li> <li>125</li> <li>105</li> </ul>	<ul> <li>88</li> <li>63</li> <li>47</li> <li>20</li> <li>13</li> <li>50</li> <li>113</li> <li>124</li> <li>113</li> </ul>	50 28 17 12 20 27 25 112 114	27 13 5 28 20 29 60 75 94	27 7 28 19 35 74 80 100	<ul> <li>85</li> <li>38</li> <li>37</li> <li>30</li> <li>14</li> <li>28</li> <li>14</li> <li>21</li> <li>64</li> </ul>	108 33 13 6 7 35 63 55 90	83 41 7 10 32 29 107 79 98	<ul> <li>57</li> <li>52</li> <li>27</li> <li>43</li> <li>34</li> <li>130</li> <li>122</li> <li>118</li> </ul>	127 119 89 66 43 44 118 124 133	<ol> <li>178</li> <li>123</li> <li>63</li> <li>43</li> <li>50</li> <li>40</li> <li>64</li> <li>65</li> <li>125</li> </ol>	<ol> <li>178</li> <li>150</li> <li>56</li> <li>33</li> <li>53</li> <li>38</li> <li>141</li> <li>116</li> <li>121</li> </ol>	<ol> <li>175</li> <li>174</li> <li>87</li> <li>41</li> <li>52</li> <li>44</li> <li>137</li> <li>120</li> <li>116</li> </ol>	<ol> <li>171</li> <li>172</li> <li>52</li> <li>34</li> <li>51</li> <li>33</li> <li>143</li> <li>136</li> <li>136</li> </ol>	<ol> <li>168</li> <li>49</li> <li>36</li> <li>39</li> <li>36</li> <li>136</li> <li>133</li> <li>122</li> </ol>	<ol> <li>165</li> <li>170</li> <li>63</li> <li>42</li> <li>46</li> <li>29</li> <li>127</li> <li>113</li> <li>113</li> </ol>	<ol> <li>163</li> <li>168</li> <li>167</li> <li>56</li> <li>40</li> <li>24</li> <li>133</li> <li>114</li> <li>114</li> </ol>

### Fourier

Original Image





### Ondelettes



### Compression

Original image



m/n<sup>2</sup>=0.02, SNR=19.3dB



2%

m/n<sup>2</sup>=0.1, SNR=26.8dB



10%

# Débruitage



Noisy



# *Denoising:* **Denoising:** P = N. *Inpainting:* set $\Omega \subset \{0, ..., N - 1\}$



Super-resolution:  $\Phi f = (f * \varphi) \downarrow_k$ ,

### Inpainting Object Removal Inp



Observations y

f\* is very different from the from the

### 

se,

H



15 { $\theta_k$  Imagerie médicale (tomographie) - IRM)

## Super-résolution





### Déconvolution

### Super-resolution: $\Phi f = (f * \varphi) \downarrow_k, P$



De-blurring:  $\Phi f = f \star \varphi, P = N$  but

## Livres de références





Signaux et images sous Matlab

Gérard Blanchet Maurice Charbit

Bermes



2" cycles / Master • Écoles d'ingénieurs

### ANALYSE DE FOURIER ET APPLICATIONS

Filtrage, calcul numérique et ondelettes

DUNOD

Claude Gasquet Patrick Witomski J. F. Jame

Second Editio

#### A Student's Guide to Fourier Transforms

With Applications in Physics and Engineerin

